

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Департамент образования Вологодской области
управление образования мэрии города Череповца
муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Образовательный центр № 11»

ПРИНЯТО

на заседании педагогического
совета МАОУ «Образовательный
центр № 11»

Протокол № 01 от «29» августа
2024г



УТВЕРЖДЕНО приказом
директора

МАОУ «Образовательный
центр № 11»

№ 78 от «29» августа 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

курса внеурочной деятельности

«Олимпиадная математика»

для обучающихся 5-6 классов

Составила: Шабанова Вера Николаевна,
учитель математики высшей категории

г. Череповец
2024

Пояснительная записка

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» для 5-6 классов общеобразовательных организаций разработана на основе ФГОС основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Рабочей концепции одаренности [1], дидактической системы «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон) [3]. Программа разработана в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП) — Федеральной инновационной площадке Министерства просвещения РФ по теме «Механизмы сохранения лидирующих позиций Российской Федерации в области качества математического образования (ИМС «Учусь учиться»)» (2021–2023 гг.). Реализует «Концепцию выращивания способностей и одаренности» Института СДП применительно к выращиванию математических способностей и одаренности. Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности детей, их общеинтеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом.

Общая характеристика курса

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно.

Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у каждого ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно для всех учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные — развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле.

Между тем можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы: недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

Целью курса «Олимпиадная математика» является системная подготовка учащихся 1–9 классов к математическим олимпиадам, ориентированная на вовлечение школьников в математическую деятельность, развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их олимпиадной и общей математической подготовки. Концептуальная идея данного курса состоит в том, чтобы на основе системно-деятельностного подхода разработать педагогический инструментарий (учебное содержание, технологии, методики, методическое обеспечение) непрерывной олимпиадной подготовки по математике в 1–9 классах, организовать обучение и методическое сопровождение учителей, стремящихся повысить мотивацию и качество математической подготовки своих учеников.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

- 1) Принцип развития, который состоит в том, что олимпиадная подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов олимпиадной математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: «развитие средствами олимпиадной математики каждого ученика».
- 2) Принцип «выращивания» состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели [3, с. 503].
- 3) Принцип успешности состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Основными особенностями курса «Олимпиадная математика» являются:

- 1) системность и непрерывность олимпиадной подготовки учащихся с 5 по 6 класс (на уровне технологий, содержания и методик), ее достаточная

- полнота; 2) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода;
- 3) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владения общими подходами к решению нестандартных задач, умения работать в команде и др.;
- 4) создание творческой, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха;
- 5) создание единого пространства урока и внеурочной деятельности (синхронизация с непрерывным курсом математики «Учусь учиться» для 5-6 классов и системой математических олимпиад ВсОШ);
- 6) широкое методическое обеспечение (программа, учебные пособия для детей, подробные решения заданий, методические рекомендации по организации занятий в технологии «Математический театр», сценарии занятий с подробными решениями, презентациями, раздаточными и демонстрационными материалами);
- 7) методическая поддержка учителей в рамках ИМС «Учусь учиться» (консультации, курсы, сетевые события с демонстрацией открытых занятий, творческие лаборатории и др.). Каждая из перечисленных особенностей положительным образом влияет на качество олимпиадной подготовки и технологически обеспечивается педагогическими инструментами системы «Учусь учиться» (метод рефлексивной самоорганизации, технология деятельностного метода (ТДМ), система дидактических принципов, метод ролей, технология «Математический театр»).

Ключевым отличием курса «Олимпиадная математика» в сравнении с другими курсами, разработанными в данной области, является опора на общую теорию деятельности ММПК [3], что позволяет оснастить педагогов практическими инструментами не случайного решения актуальных проблем подготовки школьников к математическим олимпиадам.

Системность и непрерывность, организация самостоятельной математической деятельности учащихся, их эмоциональная поддержка и индивидуальный темп продвижения, развитие мотивации, познавательных процессов и творческого потенциала, единое пространство реализации системно-деятельностного подхода на уроках и во внеурочной деятельности открывают для каждого ребенка возможность не только осваивать содержание олимпиадной подготовки на уровне своего максимума, но и развивать свои общие интеллектуальные способности к решению нестандартных задач, что жизненно важно для всех детей.

Содержание курса «Олимпиадная математика» соотнесено с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для начальной и основной школы 1–9 (авторы Л. Г. Петерсон, Н. Х. Агаханов, Г. В. Дорофеев и др.), но может использоваться и в школах, работающих по другим программам математики. Курс строился с опорой на «золотой фонд» олимпиадной литературы и проверенные временем методы и приемы решения олимпиадных задач по математике.

Место курса в учебном плане

Курс «Олимпиадная математика» является курсом внеурочной деятельности. Программа предназначена для учащихся 5–6 классов и рассчитана на 136 ч (по 2 ч в неделю в 5 и 6 классах).

Содержание программы

Основной задачей данного курса является знакомство учащихся с базовыми подходами, методами и приемами решения олимпиадных задач в соответствии с содержанием курса «Олимпиадная математика», а также формирование первичного опыта применения этих методов.

На данном этапе реализуется технология «Математический театр», которая позволяет создать в классе творческую среду, где вырабатываются навыки общения и коммуникации, уважение и признание достижений каждого учащегося, устойчивая познавательная мотивация, вера в себя.

Роли мыслителя, которые дети постепенно осваивают на данном этапе, дают возможность овнешнить внутренние мыслительные действия по решению нестандартных интеллектуальных задач, сделать их доступными для детей с разными типами мышления и за счет этого вовлечь более широкий круг учащихся в олимпиадное движение.

Использование технологии «Математический театр» помогает поддерживать в классе творческую среду, окрашенную позитивными эмоциями. При этом роли «мыслителя», овнешняющие умственные действия при решении нестандартных задач, постепенно переходят во внутренний план, их исполнение автоматизируется и становится прочной базой не только самостоятельного применения новых подходов к решению нестандартных математических задач, но и самостоятельного поиска (например, появляются задачи на дополнительные построения в геометрии, где недостаточно «знать», а нужно «увидеть» новый, неожиданный способ решения).

Соответственно, коллективные и групповые формы достижения успеха в решении олимпиадных задач все чаще дополняются индивидуальными. Все это отвечает потребностям детей в познании, открытии, созидании,

порождает важное для их познавательной мотивации интеллектуальное удовольствие и уважение к достижениям (своим и других).

В результате прохождения учащимися этих трех этапов открывается возможность не только повысить качество олимпиадной и общей математической подготовки учащихся, но и создать в классе среду уважения к успеху и стремления к успеху, развить их познавательную мотивацию, поддержать психологическое здоровье детей и их личностный рост к наивысшим уровням развития.

Организация образовательного процесса

Образовательный процесс в курсе «Олимпиадная математика» строится на основе дидактической системы деятельностного метода «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон), реализующей системно-деятельностный подход, где в качестве теоретической базы выбрана общая теория деятельности ММК и ММПК (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов).

Ключевым инструментом, обеспечивающим реализацию принципа развития в курсе «Олимпиадная математика», является закон рефлексивной самоорганизации (РСО). РСО — это процесс, в котором происходит развитие человека посредством «правильного» (эффективного) преодоления затруднений. Суть закона РСО состоит в том, что в ситуации затруднения следует направить свои эмоциональные и интеллектуальные ресурсы на выявление причины, которая мешает двигаться вперед, и ее целенаправленно устранить [2, с. 33].

Содержание курса

1. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): разбиение на пары. Метод дополнения до целого в клетчатых задачах. Использование связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета. Приемы решения задач о разделении чисел на группы с равной суммой. Составление магических квадратов. Изменение суммы при изменении каждого слагаемого на некоторое число. Метод подсчета двумя способами на примере чисел с известными попарными суммами. Прием разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду. Формула суммы чисел от 1 до n . Разбиение на пары групп чисел с равной суммой. Метод подсчета двумя способами в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач. Введение переменной

для дальнейшего двойного подсчета. Среднее арифметическое, его свойства (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

Способы решения числовых и буквенных ребусов. Организация перебора с учетом принципа узких мест. Приемы решения задач на восстановление знаков действий, расстановку скобок, нахождение чисел с указанными свойствами. Понятие решения буквенного ребуса.

Метод перебора для поиска всех решений ребуса. Ограничение полного перебора с учетом принципа узких мест, свойств четности. Доказательство отсутствия решения у ребуса с помощью метода перебора, числовых оценок. Конструкции с обыкновенными и десятичными дробями. Представление чисел в виде обыкновенных дробей с числителем 1 и разными знаменателями. Применение арифметических свойств дробей, правила сокращения дробей. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень.

Приемы решения задач на равномерное распределение частей между несколькими людьми. Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий.

Зависимость знака произведения от знаков множителей. Приемы решения задач на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

Поиск циклов в арифметических задачах. Анализ задач с повторяющимися числами, вычисление длины цикла. Определение и использование порядкового номера внутри цикла в задачах с «большими» числами. Эффект «плюс-минус один». Использование схемы для его преодоления.

Вывод формулы для определения количества натуральных чисел в промежутке с помощью интерпретации на числовой оси. Метода масштабирования для проверки формул. Использование эффекта «плюс-минус один» для устранения противоречий при решении задач.

Конструкции с предварительным анализом. Конструирование путем разбиения на аналогичные подзадачи в задачах на разрезание, составление числовых конструкций. Последовательное конструирование

(конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу).

Бесконечные процессы. Понятие базовой конструкции, шага. Прием разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента.

4. Время и движение

Приемы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы.

Конструкции в задачах про время. Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием) с неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение. Использование нестандартных чертежей при решении задач на движение. Изображение скоростей движения в частях (единичных отрезках). Масштабирование скорости.

Использование более крупных единиц времени для уравнивания расстояний. Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь.

Движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Повороты клетчатой фигуры на прямой угол, связь с симметрией. Понятие о зеркальных (но несимметричных) фигурах. Использование симметрии и поворотов фигур при решении задач на разрезание. Метод «пропеллера» для построения примеров.

Задачи на разрезание пространственных фигур. Вычисление объемов фигур, составленных из кубиков. Изменение объема фигуры, составленной из кубиков, при увеличении каждого измерения в 2 раза. Составление фигур из объемных частей. Понятие развертки. Нахождение различных разверток куба. Способы изображения «склеивающихся» граней при изображении развертки куба. Изображение фигур, состоящих из кубиков. Три вида объемной фигуры. Восстановление объемной фигуры по трем ее видам.

Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида).

Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур.

2. Площади

Разрезание фигур на равные части по линиям сетки и составление фигур из частей. Приемы поиска разных способов разрезания. Метод перебора, использование симметрии при поиске как можно большего количества различных разрезов одной и той же фигуры на равные части.

Фигуры тетрамино, их нахождение с помощью метода перебора. Использование множества делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру.

Разрезания по линиям сетки и диагоналям клеток. Свойство аддитивности площади. Метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) и метод дополнения для вычисления площадей фигур, границы которых идут не по линиям сетки. Использование площадей фигур для определения форм частей в случае разрезания клетчатых фигур не по линиям сетки (диагоналям клеток).

Пентамино. Получение фигур пентамино из тетрамино с помощью геометрического метода перебора. Использование симметрии при решении задач на разрезание.

Введение дополнительной сетки (укрупнение или уменьшение клеток, наклонная сетка). Первичные представления о движениях плоскости (параллельный перенос, поворот). Перпендикулярность на клетчатой бумаге. Приемы решения задач на перекраивание фигур («разрежь и составь»). Равносоставленные фигуры.

Разрезание не клетчатых фигур. Введение вспомогательной сетки. Разрезание фигур на подобные. Использование вспомогательной раскраски при решении задач на разрезание. Задачи на разрезание с оценкой и примером.

3. Геометрические неравенства

Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой. Приближенное вычисление длин ломаных и кривых с помощью нити.

Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда. Варианты расположения точек на прямой. Координата середины отрезка

числовой прямой. Расстояние между серединами отрезков. Неравенство треугольника. Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Метод уравнивания при решении задач с опорой на вспомогательные схемы. Метод «анализ с конца». Прием «учти лишнее». Метод подсчета двумя способами. Связь с теорией множеств.

Выбор удобной переменной в текстовых задачах. Сравнение метода введения переменных с методом доказательства единственности решения задачи с помощью числовых оценок.

Десятичная запись (представление натурального числа в виде $a + 10b + 100c + \dots$).

Признаки делимости, связанные с десятичной записью числа. Использование десятичной записи при решении буквенных ребусов и для доказательств «от противного».

Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда. Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения.

Понятие взаимно однозначного соответствия между множествами. Разбиение объектов на пары как пример взаимно однозначного соответствия. Использование взаимно однозначного соответствия для сравнения мощностей множеств. Примеры соответствий, не являющихся взаимно однозначными. Взаимно однозначное соответствие в простых комбинаторных задачах. Прямая и обратная пропорциональность. Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач.

Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.

Неравенства и оценки Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными

свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности.

Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности.

Оценки величины «сверху» и «снизу». Ограничение перебора с помощью оценок. Двусторонние оценки как метод доказательства единственности ответа. Простейшие действия с неравенствами. Оценки, связанные с делимостью. Решение двойных неравенств с натуральными числами. Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Делимость

Вывод признака делимости на 2 с помощью числового луча и зацикливания последней цифры. Изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении. Доказательство четности и нечетности суммы и разности двух чисел. Четность или нечетность суммы нескольких чисел. Доказательство с помощью разбиения на пары. Использование соображений четности при решении задач на доказательство для упрощения перебора вариантов. Делимость и ее свойства. Доказательство признаков делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9, их обобщение. Отсутствие обобщения признака делимости на 9 на признак делимости на 27.

Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Простые числа. Делимость как инвариант. Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.). Задачи на оценку и пример, связанные с признаками делимости: нахождение минимального числа с Каноническое разложение натурального числа. Степень вхождения простого делителя. Четность степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата.

Остатки Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение). Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n . Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n .

Способ определения остатка числа, связанный с соответствующим признаком делимости. Делимость на n разности числа и его остатка от деления на n . Сумма цифр. Делимость разности числа и его суммы цифр на 3 и 9. Раскладывание числа на разное количество частей с данным остатком. Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков.

Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Зацикливание остатков степеней.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Понятие об истинном и ложном высказывании. Составление высказываний и вопросов с определенными свойствами. Перебор двух вариантов в логических задачах. Рыцари и лжецы. Отрицания элементарных высказываний. Перебор вариантов по роли (рыцарь/лжец). Представление перебора в виде таблицы, дерева вариантов. Высказывания о логическом следовании. Логические задачи с неединственным ответом. Перебор, использующий высказывания о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний с «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно». Метод «от противного». Логические таблицы. Отрицание высказываний с «и», «или», более сложных высказываний. Логические задачи на оценку и пример. Доказательства, использующие чередование объектов. Расположение объектов по кругу.

Принципы решения задач Представление условия задачи в виде нестандартного чертежа. Геометрические интерпретации логических и арифметических задач.

Малые случаи. Разделение задачи на эквивалентные подзадачи. Составление блоков из элементов разбиения. Задачи с повторяющимися объектами. Метод проверки ответа (закономерности) на малых случаях.

Анализ задачи с конца (обратный ход) в арифметических и логических задачах. Сравнение с методом введения переменной. Табличное представление анализа с конца. Рассмотрение последнего шага процесса, его использование для доказательств в логических задачах.

Задачи с вопросом «сколько нужно взять?». Использование отрицаний элементарных высказываний при решении задач.

Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Обобщения принципа Дирихле.

Принцип Дирихле в геометрических задачах. Остатки и принцип Дирихле.

2. Алгоритмы и конструкции

Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости с помощью двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов).

Переправы. Организация перебора в задачах на переправы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно).

Составление алгоритмов угадывания с помощью вопросов, на которые можно ответить только «да» или «нет». Доказательство несостоятельности алгоритма, позволяющего при одинаковых начальных данных получить различные ответы.

Взвешивания. Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами.

3. Игры и стратегии

Понятие математической игры для двух игроков на примере игр с шахматными фигурами на досках. Игры-шутки, в которых победитель зависит только от количества раундов.

Формирование представления о выигрышных позициях.

Понятие выигрышной стратегии. Математические игры с полной информацией. Использование дерева перебора для доказательства верного выбора стратегии.

Симметричная стратегия в играх. Доказательство симметричной стратегии. Симметричная стратегия с «центром». Примеры неверного использования симметричной стратегии.

Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии. Игры на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью».

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей». Дерево вариантов для решения комбинаторных задач.

Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами. Правило суммы (правило «ИЛИ») и правило произведения (правило «И»), определение ситуаций для использования каждого правила.

Задачи, требующие использования комбинации этих правил. Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы.

2. Теория множеств

Диаграмма Эйлера — Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах. Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи.

Работа с множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями. Метод дополнения в задачах. Использование кругов Эйлера и метода дополнения в комбинаторных задачах, в том числе для вычисления количества чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на какие-то числа. Метод введения переменной при решении задач про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Раскраски досок. Конструирование примера раскраски доски с указанными свойствами. Задачи-соревнования на раскраску досок в наибольшее и наименьшее количество цветов. «Правильная» раскраска. Раскраска географической карты как пример «правильной» раскраски. Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах.

Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты. Шахматная раскраска ребер и граней куба. Принцип Дирихле в задачах с раскраской. Использование раскраски для нахождения и доказательства единственности примера.

Виды раскрасок клетчатых досок в два и более цвета. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска. Доказательство невозможности разрезания на основе раскраски.

2. Теория графов

Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи. Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути. Полный граф. Количество ребер в полном графе. Графы шахматных фигур и количество ребер в них. Двудольный граф как модель связей между объектами двух типов. Представление турнира в виде графа. Формальное определение графа. Вершины, ребра, степени вершин. Лемма о рукопожатиях как способ подсчета количества ребер в графе через сумму степеней вершин. Свойство четности количества вершин нечетной степени в графе. Лемма о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

Взаимное расположение точек и отрезков на плоскости. Точки и отрезки, лежащие на одной прямой. Разрезание фигур на части с определенным числом сторон. Разрезание на части, не образующие прямоугольники. Задачи на объединение фигур. Покрытие плоскости одинаковыми фигурами (паркет). Понятие о многоугольнике. Паркет в форме правильных многоугольников (треугольники, квадраты, шестиугольники). Замощение клетчатыми фигурами. Замощение многоугольниками неправильной формы. Замощение невыпуклыми многоугольниками. Задачи о наиболее плотной укладке. Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур.

Планируемые предметные результаты освоения курса

5 класс

К концу обучения в пятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять суммы чисел, идущих через равные промежутки, с помощью разбиения на пары;
- применять формулу суммы всех натуральных чисел от 1 до n ;
- использовать подсчет суммы чисел в задачах о разбиении на пары групп чисел с равной суммой.

2. Числа и их свойства

- конструировать примеры с дробями;
- применять арифметические свойства дробей, правила сокращения дробей в задачах-конструктивах;
- решать задачи о равномерном распределении частей между несколькими людьми.

3. Закономерности

- проводить предварительный анализ в задачах-конструктивах;
- использовать разбиение на подзадачи при построении геометрических и числовых конструкций.

4. Время и движение

- строить и применять нестандартные схемы (чертежи) к задачам на движение;
- изображать скорости движения в частях (единичных отрезках);
- использовать более крупные единицы времени, НОД и НОК для уравнивания расстояний.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать развертки простых пространственных фигур (куб, параллелепипед, пирамида);
- подбирать подходящие разные развертки куба и прямоугольного параллелепипеда для решения задач;
- изображать три вида объемной фигуры;
- восстанавливать возможную форму пространственной фигуры по ее трем видам.

2. Площади

- применять метод перебора в геометрических задачах, соображения симметрии для его упрощения;
- использовать фигуры пентамино при решении задач на разрезание;
- вводить вспомогательную сетку (с укрупненными или уменьшенными клетками, наклонную сетку) для вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге;
- применять параллельный перенос на клетчатой бумаге для упрощения вычисления площадей фигур;
- проводить предварительный анализ в задачах о перекраивании фигур;
- находить возможные способы разрезания и составления фигур в задачах о перекраивании фигур с помощью метода «проб и ошибок», принципа «узких мест».

3. Геометрические неравенства

- рассматривать все неэквивалентные варианты взаимного расположения нескольких точек на прямой;
- вычислять координату середины отрезка на числовой прямой;
- находить расстояние между серединами отрезков на числовой прямой по координатам вершин этих отрезков.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- вводить удобную переменную в нестандартных текстовых задачах;
- составлять и решать уравнение с одной переменной.

2. Функциональные зависимости

- устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств;
- использовать взаимно однозначное соответствие (разбиение на пары) для сравнения количества элементов в двух множествах;
- применять метод разбиения на пары при решении комбинаторных задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать оценки значения величины «сверху» и «снизу»;

- использовать оценки «сверху» и «снизу» для ограничения перебора числовых значений величины;
- применять двусторонние оценки для доказательства единственности возможного значения неизвестной.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- применять свойства делимости, признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9 при решении нестандартных задач;
- доказывать обобщения признаков делимости (признаки делимости на степени двойки, степени пятерки);
- использовать разложение натурального числа на простые множители в задачах-конструктивах и задачах на доказательство;
- фиксировать и применять инвариантность свойства делимости некоторой величины в процессах.

2. Остатки

- определять остаток от деления числа на 2, 4, 8, 5, 10, 3, 9 с помощью соответствующего признака делимости;
- использовать свойство делимости на n разности числа и его остатка от деления на n при решении задач.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- находить с помощью метода перебора все варианты ответа в логических задачах;
- анализировать высказывания о существовании и всеобщности, использовать их отрицания при решении логических задач;
- строить отрицания высказываний со связками «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

2. Принципы решения задач

- применять метод «анализ с конца» (метод обратного хода) при решении текстовых и логических задач;
- использовать табличную форму записи решения текстовой задачи с помощью «анализа с конца»;

- использовать идею доказательства «от противного» при решении задач о наибольшем или наименьшем возможном значении величины (задачи с вопросом «сколько нужно взять»).

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы угадывания с помощью вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет»;
- использовать табличную форму записи шагов алгоритма угадывания.

4. Игры и стратегии

- строить и обосновывать симметричную стратегию, симметричную стратегию «с центром» в математических играх для двух игроков;
- приводить примеры неверного использования симметричной стратегии;
- конструировать выигрышную стратегию на основе анализа выигрышных и проигрышных позиций в игре.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять правила суммы (правило «ИЛИ») и произведения (правило «И») в комбинаторных задачах;
- решать задачи, требующие комбинации этих двух правил.

2. Теория множеств

- применять метод дополнения, теоретико-множественные модели для решения задач о подсчетах;
- вычислять количество натуральных чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на некоторое n .

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- использовать шахматную раскраску доски, других объектов для проведения оценок и доказательств;
- использовать шахматную раскраску для конструирования примеров.

2. Теория графов

- строить более сложные интерпретации задач в терминах теории графов (графы шахматных фигур);
- вычислять количество ребер в полном графе, графе шахматной фигуры;

- представлять турнир в виде графа;
- изображать двудольный граф.

3. Комбинаторная геометрия

- строить регулярные покрытия плоскости равными фигурами (паркеты);
- использовать для замощения правильные многоугольники, выпуклые и невыпуклые фигуры.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- составлять алгоритм решения задачи;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;
- описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения;
- формулировать в письменном виде полный текст логического рассуждения.

6 класс

К концу обучения в шестом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- определять неизвестную, значение которой можно выразить двумя способами, и вычислять ее значения (применять метод подсчета двумя способами);
- использовать метод подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач;
- составлять уравнения на основе подсчета неизвестной двумя способами;
- доказывать и применять при решении задач свойства среднего арифметического набора чисел (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

- строить конструкции с отрицательными числами;
- использовать отрицательные числа в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

- конструировать сложные арифметические, геометрические примеры с помощью метода последовательного конструирования;
- доказывать возможность существования конструкции методом последовательного конструирования;
- определять необходимое количество базовых конструкций в задачах с последовательным конструированием.

4. Время и движение

- составлять схемы к задачам про движение по кругу, в том числе схем с единичными дугами;
- решать задачи о количестве пересечений стрелок часов, их взаимном расположении;
- вычислять градусные меры дуг между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать пространственные фигуры по набору свойств (количество вершин, ребер, граней);
- строить развертки более сложных многогранников, восстанавливать вид пространственной фигуры по ее развертке;
- решать задачи об оклеивании объемных фигур, построении путей на поверхности таких фигур.

2. Площади

- строить разрезания нечетчатых фигур на равные части;
- использовать вспомогательную сетку для разрезания нечетчатых фигур.

3. Геометрические неравенства

- применять неравенство треугольника при решении простых геометрических и текстовых задач;
- доказывать неравенство треугольника с помощью построений циркулем и линейкой.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять запись числа в виде суммы разрядных слагаемых ($a + 10b + 100c + \dots$) для сведения задачи к уравнению в цифрах;
- решать уравнения в цифрах с помощью метода перебора и использования свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

- использовать пропорции и их свойства при решении нестандартных текстовых задач.

3. Неравенства и оценки

- подбирать промежуточное число (посредника) для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел;
- использовать метод введения переменной для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- доказывать и применять в задачах признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.);
- решать задачи на оценку и пример, связанные с делимостью (нахождение наименьшего числа с указанными свойствами делимости, наименьшей возможной суммой цифр).

2. Остатки

- записывать в общем виде целое число с определенным остатком от деления на n ;
- использовать арифметические свойства остатков при решении задач;
- применять свойство зацикливания остатков при возведении числа в степень, определять остаток данной степени числа.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять метод «от противного»;
- строить отрицания высказываний с логическими связками «и», «или», сложных высказываний, применять эти отрицания в доказательствах «от противного»;
- решать логические задачи на оценку и пример;
- решать задачи о расположении объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

- применять принцип Дирихле (избыток, недостаток) для решения задач;
- использовать доказательство «от противного» для решения задач, требующих обобщения принципа Дирихле;
- решать геометрические задачи с помощью принципа Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы взвешиваний;
- использовать представление результатов взвешиваний с помощью дерева вариантов;
- доказывать невозможность построения алгоритма взвешиваний при недостаточном количестве доступных взвешиваний.

4. Игры и стратегии

- строить стратегии в играх «на опережение»;

- доказывать, что один из игроков может обеспечить себе ничью.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- вычислять количество анаграмм данного слова с различными и повторяющимися буквами;
- выводить формулы для числа перестановок с помощью правила произведения.

2. Теория множеств

- использовать метод введения переменной в задачах про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- использовать различные виды раскрасок досок для доказательства невозможности разрезания доски на определенные части.

2. Теория графов

- формулировать условие задачи в терминах теории графов;
- применять лемму о рукопожатиях для подсчета количества ребер в графе;
- использовать свойство четности количества вершин нечетной степени в графе в доказательствах;
- доказывать лемму о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

- применять невыпуклые фигуры при конструировании;
- определять все возможные значения количества сторон при пересечении многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);

- составлять алгоритм решения задачи;
- строить отрицания сложных высказываний и использовать метод «от противного» для доказательства вспомогательных утверждений;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора; строить логические рассуждения в устной и письменной форме;
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- фиксировать противоречия в ходе перебора случаев и делать выводы об их невозможности;
- формулировать в письменном виде полный текст решения задачи.

Календарно-тематическое планирование

5 класс, 68 часов

№ п/п	Дата	Название разделов, тем программы	Количество часов
1		Можно или нельзя?	2
2		Анализ с конца	2
3		Пентамино	2
4		Логический перебор	2
5		Игра 1	2
6		Переверни и сложи	2
7		Паркеты	2

8		Угадай, что я задумал	2
9		От чисел – к буквам	2
10		Игра 2	2
11		Делимость и признаки	2
12		Загадка Шахерезады	2
13		Необычные площади	2
14		Отрезки на прямой	2
15		Игра 3	2
16		Перекраивание фигур	2
17		Схема помогает	2
18		Сколько нужно взять?	2
19		Круги Эйлера Метод дополнений	2
20		Игра 4	2
21		Конструкции с дробями	2
22		Числовые оценки	2
23		Признаки делимости и остатки	2
24		Шахматная раскраска	2
25		Семь раз отмерь	2
26		Игра 5	2
27		Правила суммы и произведения	2
28		Развёртки куба. Виды объёмных фигур	2

29		Соответствие	2
30		Игры. Симметричная стратегия	2
31		Увидеть граф	2
32		Игра 6	2
33		Подведение итогов года	2
34		Повторение	2
		ИТОГО:	68ч

Календарно-тематическое планирование

6 класс, 68 часов

№ п/п	Дата	Название разделов, тем программы	Количество часов
1		Метод «от противного»	2
2		Десятичная запись	2
3		Отрицания высказываний	2
4		Игра 1	2
5		Последовательное конструирование	2
6		Среднее арифметическое	2
7		Игры на опережение	2
8		Круги Эйлера. Оценки	2
9		Игра 2	2
10		Другие признаки делимости	2
11		Шахматная раскраска (доски)	2

12		Принцип Дирихле	2
13		Пропорциональность	2
14		Игра 3	2
15		Сравнение чисел	2
16		Движение по кругу	2
17		Оценка+пример и признаки делимости	2
18		Подсчёт двумя способами	2
19		Игра 4	2
20		Разложение на простые множители	2
21		Взвешивания	2
22		Перестановки с повторениями и без	2
23		Выигрышные позиции	2
24		Игра 5	2
25		Геометрический принцип Дирихле	2
26		Остатки и их свойства	2
27		Конструкции с отрицательными числами	2
28		Графы. Подсчёт ребер	2
29		Игра 6	2
30		Развёртки многогранников	2
31		Неравенство треугольника	2
32		Конструкции с невыпуклыми фигурами	2

33		Подведение итогов года	2
34		Повторение	2
		ИТОГО:	68 ч

Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение программы

Курс «Олимпиадная математика» для 5-6 классов планируется методически обеспечить учебными пособиями «Математический театр» для учащихся, методическими рекомендациями и сценариями занятий для учителей, демонстрационными и раздаточными материалами, презентациями к занятиям, соотнесенными со сценариями.

В настоящее время разработаны и прошли апробацию с положительными результатами учебные пособия для 5 классов. Содержание нестандартных математических задач интересно и полезно учащимся любого возраста, а учебный план можно скорректировать за счет увеличения числа занятий в неделю.

Список литературы

1. Рабочая концепция одаренности: Федеральная целевая программа «Одаренные дети» / Под ред. Д. Б. Богоявленской, В. Д. Шадрикова. — М.: Министерство образования РФ, 2003. (http://narfu.ru/school/deti_konchep.pdf)

2. Петерсон Л. Г. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография / Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева и др. — М.: Институт СДП, 2018.
3. Петерсон Л. Г. Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. — М.: АПК и ППРО; УМЦ «Школа 2000...», 2007.
4. Анисимов О. С. Методологический словарь для стратегов. Т. 1 / О. С. Анисимов. — М.: Энциклопедия управленческих знаний, 2004.
5. Анисимов О. С. Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления). — М.: Агро-Вестник, АМБ-агро, 2000.
6. Венгер Л. А. Педагогика способностей. — М.: Знание, 1973.
7. Маслоу А. Мотивация и личность. — СПб.: Питер, 2006.
8. Хинчин А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики // Математика в школе. — 1962. — № 3. — С. 30–40.
9. Гнеденко Б. В. Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе. — 1991. — № 4. — С. 3–9.
10. Гингулис Э. Ж. Развитие математических способностей учащихся // Математика в школе. — 1990. — № 1. — С. 14–17.
11. Агаханов Н. Х. Средовой подход как условие развития математически одаренных школьников / Н. Х. Агаханов // Вестник ТГПУ. — 2013. — № 1 (129). — С. 120–124.
12. Мелик-Пашаев А. А. Проявление одаренности как норма развития // Психологическая наука и образование. — 2014. — Т. 19. — № 4. — С. 15–21.
13. Петерсон Л. Г., Абатурова В. В., Кубышева М. А. Система «выращивания» одаренности школьников: методологический аспект и практика // Профильная школа. — 2016. — № 2. — С. 6–22.
14. Петерсон Л. Г., Кубышева М. А. Как научить учиться: технология деятельностного метода в системе непрерывного образования (детский сад — школа — вуз) // Педагогическое образование и наука. — 2014. — № 2. — С. 52–58.
15. Петерсон Л. Г., Агаханова О. Н. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса (ступень I). — М.: Институт СДП, 2021.
16. https://www.sch2000.ru/lessons/math_theatre/.